

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG PTTH CHUYÊN KHTN

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: TOÁN (Ngày 24 - 05 - 2014)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu IV. Tìm tất cả các đa thức hệ số thực $P(x)$ sao cho

$$(x - 2)P(3x + 2) = 3^{2015}xP(x) + 3^{2016}x - 3x + 6$$

với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu V. Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AD, BE, CF với D, E, F lần lượt thuộc BC, CA, AB . Gọi (ω) là đường tròn tâm A đi qua D . (ω) cắt (O) tại M, N .

a) Chứng minh rằng MN đi qua trung điểm DE, DF .

b) Gọi EF cắt BC tại G và DP là đường kính của (ω) . PG cắt (ω) tại Q khác P . Chứng minh rằng trung điểm của DQ nằm trên (O) .

Câu VI. Xét $M = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10\}$ và A_1, A_2, \dots, A_n là dãy các tập con khác trống và phân biệt của M sao cho $|A_i \cap A_j| \leq 3$ với mọi $i \neq j$ ($i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$). Hãy tìm giá trị lớn nhất của n .

— HẾT —